Ex 1 G endl. $H \leq G$, (V_1,ρ_1), (V_2,ρ_2) finite dim reps of H.

(a) Sei (W,σ) eine Darstellung von G. Dann ist

$$\mathrm{Hom}_G(\mathrm{Ind}_H^G(\rho_1 \oplus \rho_2), W) \overset{\text{Def Ind}}{\cong} \mathrm{Hom}_H(\rho_1 \oplus \rho_2, \mathrm{Res}_H^G W) \overset{\text{univ. Eig } \oplus}{\cong} \mathrm{Hom}_H(\rho_1, \mathrm{Res}_H^G W) \times \mathrm{Hom}_H(\rho_2, \mathrm{Res}_H^G W)$$

$$\overset{\text{Def Ind}}{\cong} \mathrm{Hom}_G(\mathrm{Ind}_H^G \rho_1, W) \times \mathrm{Hom}_G(\mathrm{Ind}_H^G \rho_2, W)$$

$$\overset{\text{univ Eig } \oplus}{\cong} \mathrm{Hom}_G(\mathrm{Ind}_H^G \rho_1 \oplus \mathrm{Ind}_H^G \rho_2, W)$$

$\overset{\text{Yoneda}}{\Rightarrow}$ $\mathrm{Ind}_H^G(\rho_1 \oplus \rho_2) = \mathrm{Ind}_H^G \rho_1 \oplus \mathrm{Ind}_H^G \rho_2$.

(b) Zz $\mathbb{C}G \cong \mathrm{Ind}_H^G \mathbb{C}H$. Sei R eine Menge von Repräs. von G/H.

$\mathrm{Ind}_H^G \mathbb{C}H = \bigoplus_{r \in R} (\mathbb{C}H)_r$. $\phi: \mathbb{C}G \longrightarrow \mathrm{Ind}_H^G \mathbb{C}H = \bigoplus_{r\in R} (\mathbb{C}H)_r$

$$(f: G \to \mathbb{C}) \longmapsto (h \mapsto f(r^{-1}h))_{r \in R}$$

In der Notation der VL:

Für $r \in R$ gilt $\left[(\rho(g)\circ\phi)(f)\right]_r = \rho(g)\left[(h \mapsto f(r^{-1}h))\right] = \left(h \mapsto f(\underbrace{h^{(r(g))^{-1}}}_{r^{-1}g^{-1}r(g)} r(g) h)\right) = (h \mapsto f(r^{-1}g^{-1}h))$
$= (h \mapsto f(r^{-1}g^{-1}h)$
$= \phi(f(g^{-1}\cdot))_r$
$= [\phi(L(g)(f))]_r$

Außerdem ist komponentenweise $\phi_r: \mathbb{C}G \longrightarrow (\mathbb{C}H)_r$ $\mathbb{C}$-linear, also auch ϕ und damit ϕ G-Hom.

Injektivität Sei $\phi(f)=0$ also $\phi(f)_r = 0$ $\forall r \in R$ insb. $f(r^{-1}h) = 0$ $\forall h \in H, r \in R$. Da aber R ein System von Repräsentanten von G/H, folgt $f(g) = 0$ $\forall g$ also $f=0$.

Surjektivität Sei $(a_r)_{r\in R} \in \mathrm{Ind}_H^G \mathbb{C}H$. Dann definiere $f: G \to \mathbb{C}$ wie folgt: Für $g \in G$ $\exists!$ $r \in R$ und $h \in H$ sd $g = r^{-1}h$.

Also setze $f(g) := a_r(h)$.

Dann gilt nach Konstruktion $\phi(f)_r(\hat{h}) = f(r^{-1}\hat{h}) = f(\tilde{g}) \overset{\text{Def}}{=} a_r(\tilde{h})$ $\forall \hat{h} \in H$

$\tilde{g} := r^{-1}\hat{h}$

$\Rightarrow \phi(f)_r = a_r$.

13

(c) $D_n = \langle r, s \mid r^n = 1 = s^2,\ srs = r^{-1} \rangle$. Bezeichne mit $[\cdot]$ die Konj.-klasse.

$srs^{-1} = srs = r^{-1} = r^{n-1}$

$[r^\ell]\ \{ h r h^{-1} \mid h \in D_n \} = \{ r^k r^\ell r^{-k} \mid k = 1,\dots,n \} \cup \{ (r^k s) r^\ell (r^k s)^{-1} \mid k = 1,\dots,n \}$.

$= \{ r^\ell \mid k = 1,\dots,n \} \cup \{ r^k \underbrace{s r^\ell s^{-1}}_{= r^{-\ell}} r^{-k} \}$

$= \{ r, r^{-\ell} \}$.

$[r^\ell s] = \{ r^k r^\ell s r^{-k},\ k \in \{1,\dots,n\} \} \cup \{ \underbrace{(r^k s) r^\ell s (r^k s)^{-1}}_{r^k s r^\ell r^{-k}},\ k \in \{1,\dots,n\} \}$ $\qquad s r^\ell s^{-1} = r^{-\ell} \Rightarrow s r^\ell = r^{-\ell} s$

$= \{ r^k r^\ell s r^{-k},\ k \in \{1,\dots,n\} \} \cup \{ r^k r^{-\ell} s r^{-k},\ k \in \{1,\dots,n\} \}$ $\qquad r^k s r^{-k} s s^{-1} = r^{2k} s,\quad r^k r^\ell s r^{-k} = r^{\ell+k} s r^{-k} s s = r^{\ell+2k} s$

$= \{ r^{\ell+2k} s,\ k \in \{1,\dots,n\} \}$. $\qquad (*)$

Falls n gerade: $n = 2m$.

- $m+1$ Konj.klassen der Form $[r^\ell, r^{-\ell}]$ wobei $\#[r^\ell, r^{-\ell}] = \begin{cases} 1 & \ell = m, \ell = n \\ 2 & \text{sonst} \end{cases}$
- Wegen $\mathrm{ggT}(n, 2) = 2$ und $(*)$ sind $[rs]$ und $[s]$ disjunkt.

Klassengl. $2n = \underset{[e]}{1} + \underset{[r^m]}{1} + \underbrace{2 + \dots + 2}_{\substack{m-1 \\ [r^\ell]}} + \underset{[rs]}{m} + \underset{[s]}{m}$

Falls n ungerade: $n = 2m+1$, $\cdot$ $m+1$ Konj. der Form $[r^\ell, r^{-\ell}]$ wobei $\#[r^\ell, r^{-\ell}] = \begin{cases} 1 & \ell = n \\ 2 & \text{sonst} \end{cases}$

- $\mathrm{ggT}(n, 2) = 1 \overset{(*)}{\Rightarrow} [rs] = [s]$

Klassengl. $2n = \underset{[e]}{1} + \underbrace{2 + \dots + 2}_{\substack{m \\ [r^\ell]}} + \underset{[s]}{n}$.

Es ist $\mathbb{C}H = \rho_1 \oplus \dots \oplus \underbrace{\rho_n}_{\text{triviale Darstellung}}$

Nun ist $\mathbb{C}G = \mathrm{Ind}_H^G \mathbb{C}H = \mathrm{Ind}_H^G \rho_1 \oplus \dots \oplus \mathrm{Ind}_H^G \rho_n$.

$\#^{D_n}/_{\langle r \rangle} = \{ g\langle r \rangle,\ g \in D_n \} = \{ \langle r \rangle \} \cup \{ s\langle r \rangle \}$. $\quad R = \{ e, s \}$ $\qquad \Theta_k := \mathrm{Ind}_H^G \rho_k$

$\chi_{\mathrm{Ind}_H^G \rho_k}(g) = \sum_{\substack{r \in R \\ r^{-1} g r \in H}} \chi_{\rho_k}(r^{-1} g r) = \begin{cases} \chi_{\rho_k}(g) & \text{falls } g \in \langle r \rangle \\ 0 & \end{cases} + \begin{cases} \chi_{\rho_k}(sgs) & \text{falls } sgs \in \langle r \rangle \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Aber $s r^\ell s = s r^\ell s^{-1} = (srs^{-1})^\ell = r^{-\ell} \in \langle r \rangle$ und $s(r^\ell s)s = s r^\ell \notin \langle r \rangle$.

$\chi_{\Theta_k}(r^\ell) = \chi_{\rho_k}(r^\ell) + \chi_{\rho_k}(r^{-\ell}) = e^{\frac{2\pi i k \ell}{n}} + e^{-2\pi i k \ell/n} = 2\cos(2\pi k \ell/n)$

$\chi_{\Theta_k}(r^\ell s) = 0$

Insbesondere: $\chi_{\Theta_k}(e) = e^0 + e^0 = 2$. also $\dim \Theta_k = 2$.

Es ist außerdem $\Theta_k(r^\ell) = 2\cos(2\pi k\, \ell/n) = 2\cos(-2\pi k\, \ell/n) = 2\cos(2\pi \ell\, ^{(n-k)}/_n) = \Theta_{n-k}(r^\ell)$
also $\Theta_k = \Theta_{n-k}$.

Falls $n = 2m+1$: $\#\{\text{Konj.-Kl.}\} = m+2$ und $\dim \text{irrep} \leq \max \dim \theta_k = 2$

also sei $a = \#\{\text{Irreps mit dim } 2\}$, $b = \#\{\text{irreps dim } 1\}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} m+2 = a+b \\ 2n = 2^2 a + 1^2 b \end{cases} \iff \begin{cases} a = m \\ b = 2 \end{cases}$$

Es ist weiter $\left(\chi_{\theta_{triv}}, \chi_{\theta_n}\right) = \frac{1}{2n} \sum_{\ell=1}^{n} \underbrace{\chi_{\theta_n}(r^\ell)}_{=2} = \frac{1}{2n} \cdot 2n = 1$

also $\theta_n = \theta_{triv} \oplus \theta_{alt}$ und $\dim \theta_{alt} = 1$, $\theta_{alt} \neq \theta_{triv}$.

Wegen $a = m$ folgt also $\theta_1, \ldots, \theta_m$ irrep. und es folgt:

C	$\{e\}$	$[r^\ell]$	$[s]$
$\chi_{\theta_{triv}}$	1	1	1
$\chi_{\theta_{alt}}$	1	1	-1
χ_{θ_k} $(k \in \{1, \ldots, m\})$	2	$2\cos(2\pi \ell k/n)$	0

$= \chi_{\theta_n} - \chi_{triv}$

Falls $n = 2m$. $\#\{\text{Konj.-Kl.}\} = m+3$.

analog: $\left.\begin{array}{r} m+3 = a+b \\ 2n = 4a+b \end{array}\right\} \iff \left\{\begin{array}{l} a = m-1 \\ b = 4. \end{array}\right.$

Analog ist $\chi_{\theta_n} = \chi_{\theta_{triv}} \oplus \chi_{\theta_{alt}}$.

Zusätzlich ist $(\chi_m, \chi_m) = \frac{1}{2n} \sum_{\ell=1}^{n} \underbrace{2\cos(2\pi m \ell/2m)}_{=2(-1)^\ell} = \frac{2}{2n} \sum_{\ell=1}^{n} (-1)^\ell = 2$.

Also θ_m nicht irrep also $\theta_m = \phi_1 \oplus \phi_2$ mit ϕ_1, ϕ_2 irrep.

Wegen $a = m-1$ folgt nun $\theta_1, \ldots, \theta_{m-1}$ irrep.

Wegen $\chi_{\theta_m} = \chi_{\phi_1} + \chi_{\phi_2}$ und $\phi_1 = \chi_{\phi_1}$ $\phi_2 = \chi_{\phi_2}$ nach Darstellung in $\mathbb{C}$ (wegen $\dim = 1$)

Außerdem $\chi_{\theta_m}(s) = 0 \Rightarrow \phi_1(s) + \phi_2(s) = 0$ und $\phi_1(s)^2 + \phi_2(s)^2 = 2$

$\Rightarrow$ OBdA: $\phi_1(s) = 1$, $\phi_2(s) = -1$. Analog $\phi_1(rs), \phi_2(rs) \in \{\pm 1\}$.

Weil außerdem $\mathbb{C}_{class} D_{2n} = \langle \chi, \theta \text{ irrep} \rangle$ und $\chi_{\theta_{triv}}, \chi_{\theta_{alt}}, \chi_{\theta_1}, \ldots, \chi_{\theta_{m-1}}$ stimmen auf $[s]$ und $[rs]$ überein

$\Rightarrow \phi_1(rs) = -1$, $\phi_2(rs) = +1$.

Nun ist aber ϕ_1, ϕ_2 Gruphom. also $\phi_1(r) = \phi_1(r) \underbrace{\phi_1(s)}_{=1} = \phi_1(rs) = -1$

analog $\phi_2(r) = -\phi_2(r)\phi_2(s) = -\phi_2(rs) = -1$.

C	$[e]$	$[r^1]$ ... $[r^{m-1}]$	$[r^m]$	$[s]$	$[rs]$
$\chi_{\theta_{triv}}$	1	$1 \ldots 1$	1	1	1
$\chi_{\theta_{act}}$	1	$1 \ldots 1$	1	-1	-1
χ_{ϕ_1}	1	$(-1)^\ell$	$(-1)^m$	1	-1
χ_{ϕ_2}	1	$(-1)^\ell$	$(-1)^m$	-1	1
χ_{θ_k}	2	$2\cos(2\pi k\ell/n)$	$2(-1)^k$	0	0
$\sum_u ()^2$	$2n$	n	$2n$	4	4
$2n/\#C$				$\Downarrow$	
				χ_{ϕ_1}	

$= \chi_{\theta_n} - \chi_{\theta_{triv}}$

$\square$

Ex3| G grp. $(\underset{\text{reell}}{V_0}, \rho_0)$ .. $(V_0 \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}, \rho_0 \otimes 1)$ reell.

Sei G endl. (V,ρ) irrep. ρ reell $\Leftrightarrow$ $Sym^2(V)^G \neq 0$.

(a) Es ist $\chi_\rho(G) \subseteq \mathbb{R} \Leftrightarrow \chi_\rho(g) = \overline{\chi_\rho(g)}\ \forall g \in G \underset{\substack{\uparrow \\ \chi_{\rho^\vee} = \overline{\chi_\rho}}}{\Leftrightarrow} \chi_\rho = \chi_{\rho^\vee} \underset{\substack{\wr \\ \rho \text{ irrep.}}}{\Leftrightarrow} \rho \cong \rho^\vee$.

(b) Es ist $(M \oplus N)^G = \{ (m,n) \in M \oplus N$ sd $[\rho_M \oplus \rho_N(g)](m,n) = (\rho_M(g)m, \rho_N(g)n) = (m,n) \}$

$= \{ (m,n) \in M \oplus N$ sd $\rho_M(g)m = m$ und $\rho_N(g)n = n \}$

$= M^G \oplus N^G$.

Mit $V \otimes V = Sym^2(V) \oplus \Lambda^2(V)$ folgt also

$$Sym^2(V)^G \oplus \Lambda^2(V)^G \cong [Sym^2(V) \oplus \Lambda^2(V)]^G \cong (V \otimes V)^G \cong (V \otimes (V^\vee)^\vee)^G \underset{\text{Schur}}{\cong} \begin{cases} \mathbb{C} & \rho \cong \rho^\vee \\ 0 & \rho \not\cong \rho^\vee \end{cases} \quad \square$$

Mit (a) folgt damit, dass die gegebene Fallunterscheidung vollständig und disjunkt ist.

(c) $V \otimes V \cong Sym^2(V) \oplus \Lambda^2(V) \Rightarrow \chi_\rho^2 = \chi_{Sym^2(V)} + \chi_{\Lambda^2(V)}$. Es genügt also die Aussage für $\chi_{Sym^2(V)}$ zu zeigen.

Sei $(v_1, \dots, v_{\underset{\dim V}{n}})$ Basis von EV von $\rho(g)$ mit EW $\lambda_1, \dots, \lambda_n$.

Dann ist $Sym^2(V) = {V \otimes V} \big/ {\{ a_1 \otimes a_2 - a_2 \otimes a_1 \mid a_1, a_2 \in V \}}$

und $\{ v_i \otimes v_j, 1 \leq i \leq j \leq n \}$ Basis von $Sym^2(V)$.

Es gilt $\rho(g) v_i = \lambda_i v_i \Rightarrow \rho_{Sym^2(V)}(g) [v_i \otimes v_j] = \rho(g) v_i \otimes \rho(g) v_j = \lambda_i \lambda_j\, v_i \otimes v_j$

Also $\{ \lambda_i \lambda_j, 1 \leq i \leq j \leq n \}$ EW von $\rho_{Sym^2(V)}(g)$.

$$\chi_{\rho_{Sym^2(V)}}(g) = tr\, \rho_{Sym^2}(g) = \sum_{1 \leq i \leq j \leq n} \lambda_i \lambda_j = \frac{1}{2} \cdot \Big[\underbrace{\sum_{i,j}^{n} \lambda_i \lambda_j}_{(\sum_{i=1}^n \lambda_i)(\sum_{j=1}^n \lambda_j)} \Big] + \frac{1}{2} \underbrace{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i^2}_{= \chi_\rho(g^2)} = \frac{1}{2} \left[\chi_\rho(g)^2 + \chi_\rho(g^2) \right]$$

(d) Es ist $\frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} \chi_\rho(g^2) \overset{(c)}{=} \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} [\chi_{Sym^2(\rho)}(g) - \chi_{\Lambda^2(\rho)}(g)]$ (*)

Falls ① ρ Komplex: Dann ist mit (a) und (b): $\chi_{Sym^2(\rho)}(g) = \chi_{\Lambda^2(\rho)}(g) = 0$, also die Formel.

② ρ reell: $Sym^2(V)^G \neq 0$ also nach (b) bereits $\Lambda^2(V)^G = 0$ und $Sym^2(V)^G \cong \mathbb{C}$. Also für $\underset{\text{Prop 2.15}}{\pi: Sym^2(V) \to Sym^2(V)}$: $Rg\, \pi = 1$ mit EW 1, da $\pi^2 = \pi$, also

$$1 = tr\, \pi = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} tr\, \rho_{Sym^2}(g) = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} \chi_{Sym^2(\rho)}(g) \overset{(*)}{=} \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} \chi_\rho(g^2)$$

③ ρ Quaternionisch: Analog zu ②.

Ex2($\forall g \in SO(3)$ ist $\chi_\phi(g_\pm) = \operatorname{tr} g_\pm = \pm(e^{i\theta/2} + e^{-i\theta/2})$ wobei $\theta = \theta(g)$.

Wegen $\chi_{\phi^\vee} = \overline{\chi_\phi}$ und $\overline{\chi_{\phi(g_\pm)}} = \chi_{\phi(g_\pm)} \Rightarrow \phi^\vee \cong \phi$. Also 2.2(e) $\Rightarrow$ Quiver ist ungerichteter Graph.

$\chi_\phi(\mathbb{1}_2) = 2$

(a) $n \geq 3$. $C_n < SO(3)$, $\pi: SU(2) \longrightarrow SO(3)$. Sei $g = R(2\pi/n)$ um die x_3 Achse.

Dann ist $C_n = \langle g \rangle$ mit n Konj.kl. $[g^\ell]_{\ell=1}^n$. Sei $\pi^{-1}(\{g\}) = \{g_\pm\}$. Sei $h \in \tilde{G}$ bel.

Dann ist $\pi(h) = g^\ell$ für $1 \leq \ell \leq n$. Also $\pi(h) = \pi(g_+)^\ell = \pi(g_+^\ell)$ also $h = \pm g_+^\ell$. Also $\tilde{G} = \{\pm g_+^\ell, 1 \leq \ell \leq n\}$.

Es ist $\# \tilde{G} = 2n$ und $(\pm g_+^k) g_+^\ell (\pm g_+^{-k}) = g_+^\ell$ $\forall \ell, k$ wegen $(\pm)(\pm) = (\mp)$ also ex. $2n$ 1-el. Konjugationsklassen.

Sei $\rho_k(g) = e^{2\pi i k/n}$. ρ_k ist Irrep von G und damit $\theta_k = \rho_k \circ \pi$ Rep. von $\tilde{G}$ weil π Grphom.

[$\rho_k \circ \pi$ ist irrep, weil $\dim \rho_k = 1$ und $\dim \rho_k \circ \pi = \dim \rho_k = 1$]

Das liefert n irreps. Es ist $\chi_{\theta_k \otimes \theta_\ell}(g_+^j) = \chi_{\theta_k}(g_+^j) \chi_{\theta_\ell}(g_+^j) = e^{2\pi i j k/n + 2\pi i j \ell/n} = e^{2\pi i}$

$\chi_{\theta_k}(\pm g_+^\ell) = \operatorname{tr} \rho_k(\pi(\pm g_+^\ell)) = \operatorname{tr} \rho_k(g^\ell) = \chi_{\rho_k}(g^\ell) = e^{2\pi i \ell k/n}$ $\qquad \theta_1 \otimes \theta_1 = \theta_2$

$$(\chi_{\theta_\ell}, \chi_\phi \chi_{\theta_k}) = \frac{1}{2n}\left[\sum_{j=1}^n \overline{\chi_{\theta_\ell}}(g_+^j) \chi_\phi(g_+^j) \chi_{\theta_k}(g_+^j) + \sum_{j=1}^n \overline{\chi_{\theta_\ell}}(-g_+^j) \chi_\phi(-g_+^j) \chi_{\theta_k}(-g_+^j)\right] = 0$$

Also insb. $\theta_\ell \notin \phi \otimes \theta_n = \phi \otimes \theta_{triv} = \phi \Rightarrow$ Da $\dim \phi = 2$, aber $\#\{\text{Konj.kl.}\} = 2n = \sum_{\rho_i \text{ irrep}} \dim \rho_i^2 \Rightarrow \phi$ nicht irrep also

$\phi = \lambda \oplus \eta$ mit λ, η irrep.

Nun ist $\lambda \subset \phi = \phi \otimes \theta_{triv}$ also $\theta_{triv} \subset \phi \otimes \lambda = \lambda^{\otimes 2} \oplus \eta \otimes \lambda$, analog $\theta_{triv} \subset \eta^{\otimes 2} \oplus \eta \otimes \lambda$.

Falls $\theta_{triv} \neq \lambda \otimes \eta \Rightarrow \theta_{triv} = \lambda^{\otimes 2} = \eta^{\otimes 2}$. Es folgt $\chi_\lambda(h), \chi_\eta(h) \in \{\pm 1\} \forall h \in \tilde{G}$. Außerdem $\chi_\phi = \chi_\lambda + \chi_\eta$. Wegen $n \geq 3$ ist aber $\chi_\phi(\tilde{G}) \notin \{0, \pm 2\}$ $\lightning$.

Also $\theta_{triv} = \lambda \otimes \eta$. also
$$\begin{cases} \chi_\lambda(\pm g_+^j) + \chi_\eta(\pm g_+^j) = \pm(e^{2\pi i j/n} + e^{-2\pi i j/n}) \\ \chi_\lambda(\pm g_+^j)\, \chi_\eta(\pm g_+^j) = 1 \end{cases}$$

OE: $\chi_\lambda(\pm g_+^j) = \pm e^{2\pi i j/n}$ und $\chi_\eta(\pm g_+^j) = \pm e^{-2\pi i j/n}$. Es ist $\lambda^{\otimes 2k} = \theta_1^{\otimes 2k} = \theta_{2k}$, $\eta = \lambda^\vee = \lambda \otimes \theta_{n-2}$.

Also erhalten wir n weitere irreps $\lambda, \lambda \otimes \theta_1, \ldots, \lambda \otimes \theta_{n-1}$.

$$(\chi_{\theta_k}, \chi_\phi \chi_{\lambda \otimes \theta_\ell}) = \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^n \left[\overline{\chi_{\theta_k}}(g_+^j) \chi_\phi(g_+^j) \chi_\lambda(g_+^j) \chi_{\theta_\ell}(g_+^j) + \overline{\chi_{\theta_k}}(-g_+^j) \chi_\phi(-g_+^j) \chi_\lambda(-g_+^j) \chi_{\theta_\ell}(-g_+^j)\right]$$

$$= \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n \left[e^{-2\pi i \frac{jk}{n}} \cos\left(2\pi i \frac{j}{n}\right) e^{2\pi i \frac{j(\ell+1)}{n}}\right]$$

$$= \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n e^{2\pi i j \frac{(\ell - k + 1)}{n}} \cos(2\pi i j/n)$$

$$= \begin{cases} 1 & \ell - k + 1 \equiv \pm 1 \pmod{n} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Dh jede irrep hat genau zwei Nachbarn im Graph. Also: